

Державний вищий навчальний заклад
“Прикарпатський національний університет імені Василя
Стефаника”

Кафедра алгебри та геометрії

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор _____
“ _____ ” _____ 20__ р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Алгебра та теорія чисел
(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти _____ Бакалавр _____
(назва рівня вищої освіти)

Галузь знань _____ 11 — Математика та статистика _____
(шифр і назва галуза)

Спеціальність(ості) _____ 111 — Математика _____
(шифр і назва спеціальності(ей))

Факультет _____ математики та інформатики _____

Робоча програма з навчальної дисципліни “Алгебра та теорія чисел”
циклу підготовки бакалавра.

Галузь знань “11 — Математика та статистика”.

Спеціальність “111 — Математика”.

Розробники: *Гаврилків В.М., к.ф.-м.н., доцент кафедри алгебри та геометрії.*

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри алгебри та геометрії.

Протокол №1 від 30.08.2016.

Зав. кафедри _____ О.Р. Никифорчин

Схвалено методичною комісією факультету. Протокол №1 від 06.09.2016.

Голова комісії _____ А.В. Соломко

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів — 12 <hr/> Модулів — 4 <hr/> Змістових модулів — 4	Галузь знань 11 — Математика та статистика (шифр і назва) <hr/> Спеціальність 111 — Математика (шифр і назва)	Денна форма навчання <hr/> Нормативна
Індивідуальне науково-дослідне завдання не передбачено <hr/> (назва)		Рік підготовки: 1-й, 2-й <hr/> Семестр: 2-й, 3-й
Загальна кількість годин — 360 <hr/> Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних — 4 самостійної роботи студента — 8	Освітній рівень бакалавр	Лекції: 60 <hr/> Практичні: 60 <hr/> Лабораторні: Самостійна робота: 240 <hr/> Індивідуальні завдання: <hr/> Види контролю: іспит, іспит

Співвідношення кількості аудиторних годин до кількості годин самостійної і індивідуальної роботи студента на денній формі навчання становить 34%/66%.

2. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою і завданням курсу “Алгебра та теорія чисел” є формування компетентного спеціаліста в області алгебри та теорії чисел, здатного застосовувати і розвивати основні положення і методи дисципліни у науковій і навчальній діяльності, самостійно аналізувати будову алгебраїчних об’єктів, будувати математичні моделі, застосовувати апарат дисципліни до вивчення абстрактних алгебраїчних структур. Важливими завданнями є формування в студентів алгебраїчної і теоретико-числової культури, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів, забезпечення інформацією студентів щодо напрямків розвитку сучасної математики, формування вміння розв’язувати задачі з геометрії, аналізу, фізики, економіки, інформатики, використовуючи алгебраїчні методи.

У результаті вивчення навчальної дисципліни “Алгебра та теорія чисел” студент повинен

знати:

- основні твердження і теореми алгебри та теорії чисел;
- методи та алгоритми розв’язування задач з дисципліни;
- основні поняття абстрактної алгебри і теорії чисел, зокрема такі як множина, відношення, відображення, комплексне число, ланцюговий дріб, алгебраїчна операція, алгебраїчна структура, напівгрупа, моноїд, квазігрупа, група, абелева група, симетрична та знаковмінна групи, дієдральна група, порядок елемента групи, циклічна група, періодична група, підгрупа, множина твірних групи, ліві і праві класи розбиття групи за підгрупою, індекс підгрупи, нормальна підгрупа, факторгрупа, гомоморфізм груп, ядро та образ гомоморфізму, комутатор, комутант групи, автоморфізм групи, група автоморфізмів, внутрішній автоморфізм, зображення групи, дія групи на множині,

орбіта та стабілізатор точки, спряженість елементів групи, централізатор, центр групи, p -група, силовська p -підгрупа, прямий добуток груп, кільце, комутативне кільце, кільце з одиницею, дільник нуля, дільник одиниці, ідемпотент, цілісне кільце, ідеал кільця, гомоморфізм кілець, кільце головних ідеалів, евклідове кільце, асоційовані елементи, нерозкладний елемент, найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне елементів кільця, квадратичний лишок та нелишок, символ Лежандра, алгебраїчне та трансцендентне число, поле, характеристика поля, розширення поля, поліном, симетричний поліном, поле розкладу полінома;

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми алгебри та теорії чисел при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження;
- виконувати дії над множинами та відображеннями;
- виконувати наближення дійсних чисел підхідними дробами;
- виконувати операції над комплексними числами;
- перевіряти, чи є задана алгебраїчна структура напівгрупою, моноїдом, квазігрупою чи групою;
- знаходити порядок елемента групи;
- знаходити підгрупи даної групи, серед них виділяти нормальні, будувати факторгрупи;
- описувати гоморфізми заданих груп;
- встановлювати ізоморфізм груп;
- описувати комутант, центр, класи спряжених елементів групи, описувати орбіти та стабілізатори дії групи на множині, знаходити кількість орбіт;

- розкладати задану групу в прямий або напівпрямий добуток підгруп;
- знаходити силовські p -підгрупи скінченної групи;
- перевіряти, чи буде кільцем задана алгебраїчна структура;
- описувати дільники нуля та одиниці в кільці, знаходити ідеали кільця;
- ділити з остачею елементи евклідового кільця, знаходити дільники елемента кільця, обчислювати найбільший спільний дільник елементів кільця;
- користуватися теоремою Ейлера для знаходження остач від ділення;
- користуватися критерієм Ейлера та символом Лежандра;
- розв'язувати системи лінійних конгруенцій з невідомими;
- будувати прості розширення полів, знаходити степінь розширення, виконувати арифметичні дії у скінченних розширеннях полів, будувати поле розкладу многочлена.
- користуватись поняттям результанта поліномів;
- відокремлювати корені поліномів із довільною точністю.

3. Місце дисципліни у професійній підготовці фахівця

У середині минулого століття алгебра перетворилася в теоретико-множинну, аксіоматичну науку, що має основним об'єктом вивчення алгебраїчні операції, які виконуються над елементами довільної природи. Відомо, настільки значним, а іноді і вирішальним, був подальший вплив цієї сучасної алгебри на розвиток багатьох областей математики, з яких в першу чергу слід виділити топологію і функціональний аналіз. Одночасно за останні півстоліття продовжувався інтенсивний, і навіть бурхливий розвиток алгебри, виявились багато численні нові зв'язки між різними розділами науки. Значного розвитку набули такі старі напрямки алгебри як теорія полів, груп, кілець. Виникла і зайняла досить важливе місце топологічна алгебра, розвинулась

теорія впорядкованих алгебраїчних структур, теорія ґраток, теорія категорій. Теорії напівгруп і квазігруп перестали бути просто теоріями “узагальнених груп”, а перетворилися на самостійні дисципліни, знайшли широке застосування в комбінаториці, комп’ютерних науках. Розвинулась теорія універсальних алгебр, загальна теорія моделей.

4. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Елементи теорії чисел.

Тема 1. Множини. Відношення. Властивості відношень. Розбиття множин та відношення еквівалентності. Функції.

Тема 2. Множина натуральних чисел. Метод математичної індукції. Прості числа. Теорема Евкліда. Мультиплікативні функції натурального аргументу. Кількість та сума натуральних дільників натурального числа.

Тема 3. Цілі числа. Подільність. Алгоритм Евкліда. НСД і НСК. Функція Ейлера. Ціла і дробова частина дійсного числа.

Тема 4. Неперервні (ланцюгові) дроби. Підхідні дроби та їх властивості. Застосування неперервних дробів до розв’язування рівнянь першого степеня з двома невідомими. Наближення дійсних чисел підхідними дробами.

Тема 5. Комплексні числа. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису. Формула Муавра. Добування коренів з комплексних чисел.

Змістовий модуль 2. Елементи теорії груп.

Тема 6. Означення напівгрупи, моноїда, квазігрупи та групи. Різні підходи до визначення поняття групи. Підгрупи. Множини твірних і визначальних співвідношень групи. Приклади груп.

Тема 7. Симетрична і знакозмінна групи. Групи симетрій і дієдральні групи. Група Клейна.

Тема 8. Циклічна група. Будова циклічної групи. Порядок елемента. Поняття періодичної групи та групи без кручень.

Тема 9. Розбиття групи за підгрупою. Індекс підгрупи в групі. Теорема Лагранжа та наслідки з неї.

Тема 10. Нормальні підгрупи в групі. Різні підходи до визначення поняття нормальної підгрупи. Прості групи. Факторгрупи за нормальними підгрупами.

Тема 11. Морфізми груп. Ядро і образ гомоморфізму. Поняття про лінійні зображення груп. Основна теорема про гомоморфізми. Теорема Келі.

Тема 12. Дія групи на множині. Стабілізатори і орбіти. Дія спряження. Нормалізатор. Централізатор. Центр групи. Нетривіальність центру p -групи.

Тема 13. Комутант групи та його властивості. Ряди груп. Розв'язні групи. Критерій розв'язності. Розв'язність p -групи.

Тема 14. Зовнішній та внутрішній прямі добутки груп. Пряма сума груп. Напівпрямий добуток.

Тема 15. Теорема Силова та їх застосування. Групи порядків p , p^2 , pq . Групи 8-го порядку.

Змістовий модуль 3. Елементи теорії кілець.

Тема 16. Кільце, тіло, поле. Цілісне кільце. Підкільце. Характеристика кільця.

Тема 17. Гомоморфізми та ідеали кілець. Факторкільце. Основна теорема про гомоморфізми. Порядок скінченного поля. Максимальні та прості ідеали кілець.

Тема 18. Евклідове кільце. Евклідовість кільця цілих гаусових чисел. Подільність і алгоритм Евкліда. Характеризація простих елементів кільця.

Тема 19. Конгруенції в кільці цілих чисел. Властивості і застосування конгруенцій. Теорема Ейлера. Мала теорема Ферма.

Тема 20. Конгруенції і системи конгруенцій з одним невідомим. Теорема Вільсона. Китайська теорема про лишки. Поняття про показники та первісні корені.

Тема 21. Конгруєнції 2-го степеня. Квадратичні лишки. Критерій Ейлера. Символ Лежандра. Закон взаємності квадратичних лишків.

Змістовий модуль 4. Кільце поліномів.

Тема 22. Побудова кільця поліномів. Алгебраїчні та трансцендентні елементи над полем. Розширення полів.

Тема 23. Подільність в кільці поліномів від однієї змінної. Евклідовість кільця поліномів. НСД і НСК. Незвідні поліноми. Фаторкільця за головними ідеалами, породженими незвідними поліномами.

Тема 24. Корені поліномів. Теорема Безу. Схема Горнера. Кількість коренів полінома. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона. Існування коренів. Теорема Кронекера.

Тема 25. Похідна полінома. Встановлення кратності кореня полінома. Відокремлення кратних множників.

Тема 26. Кільце поліномів від багатьох змінних. Лексикографічне розміщення членів полінома.

Тема 27. Симетричні поліноми. Основна теорема про симетричні поліноми.

Тема 28. Результант поліномів. Дискримінант полінома.

Тема 29. Поліноми над числовими полями. Основна теорема алгебри. Розклад полінома у добуток незвідних множників над числовими полями. Критерій Ейзенштейна.

Тема 30. Межі дійсних коренів полінома. Спосіб Ньютона. Відокремлення коренів полінома методом Штурма.

5. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 2						

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Змістовий модуль 1. Елементи теорії чисел.						
Тема 1. Множини. Відношення. Властивості відношень. Розбиття множин та відношення еквівалентності. Функції.	11	2	1			8
Тема 2. Множина натуральних чисел. Метод математичної індукції. Прості числа. Теорема Евкліда. Мультиплікативні функції натурального аргументу. Кількість та сума натуральних дільників натурального числа.	12	2	2			8
Тема 3. Цілі числа. Подільність. Алгоритм Евкліда. НСД і НСК. Функція Ейлера. Ціла і дробова частина дійсного числа.	12	2	2			8
Тема 4. Неперервні (ланцюгові) дроби. Підхідні дроби та їх властивості. Застосування неперервних дробів до розв'язування рівнянь першого степеня з двома невідомими. Наближення дійсних чисел підхідними дробами.	12	2	2			8
Тема 5. Комплексні числа. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису. Формула Муавра. Добування коренів з комплексних чисел.	13	2	3			8
Всього за модуль:	60	10	10			40
Змістовий модуль 2. Елементи теорії груп.						
Тема 6. Означення напівгрупи, моноїда, квазігрупи та групи. Різні підходи до визначення поняття групи. Підгрупи. Множини твірних і визначальних співвідношень групи. Приклади груп.	12	2	2			8
Тема 7. Симетрична і знаковмінна групи. Групи симетрій і дієдральні групи. Група Клейна.	12	2	2			8
Тема 8. Циклічна група. Будова циклічної групи. Порядок елемента. Поняття періодичної групи та групи без кручень.	12	2	2			8

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 9. Розбиття групи за підгрупою. Індекс підгрупи в групі. Теорема Лагранжа та наслідки з неї.	11	2	1			8
Тема 10. Нормальні підгрупи в групі. Різні підходи до визначення поняття нормальної підгрупи. Прості групи. Факторгрупи за нормальними підгрупами.	12	2	2			8
Тема 11. Морфізми груп. Ядро і образ гомоморфізму. Поняття про лінійні зображення груп. Основна теорема про гомоморфізми. Теорема Келі.	12	2	2			8
Тема 12. Дія групи на множині. Стабілізатори і орбіти. Дія спряження. Нормалізатор. Централізатор. Центр групи. Нетривіальність центру p -групи.	12	2	2			8
Тема 13. Комутант групи та його властивості. Ряди груп. Розв'язні групи. Критерій розв'язності. Розв'язність p -групи.	12	2	2			8
Тема 14. Зовнішній та внутрішній прямі добутки груп. Пряма сума груп. Напівпрямий добуток.	11	2	1			8
Тема 15. Теорема Силова та їх застосування. Групи порядків p , p^2 , pq . Групи 8-го порядку.	14	2	4			8
Всього за модуль:	120	20	20			80
Всього за семестр:	180	30	30			120
Семестр 3						
Змістовий модуль 3. Елементи теорії кілець.						
Тема 16. Кільце, тіло, поле. Цілісне кільце. Підкільце. Характеристика кільця.	12	2	2			8
Тема 17. Гомоморфізми та ідеали кілець. Факторкільце. Основна теорема про гомоморфізми. Порядок скінченного поля. Максимальні та прості ідеали кілець.	12	2	2			8

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 18. <i>Евклідове кільце. Евклідовість кільця цілих гаусових чисел. Подільність і алгоритм Евкліда. Характеризація простих елементів кільця.</i>	12	2	2			8
Тема 19. <i>Конгруенції в кільці цілих чисел. Властивості і застосування конгруенцій. Теорема Ейлера. Мала теорема Ферма.</i>	11	2	1			8
Тема 20. <i>Конгруенції і системи конгруенцій з одним невідомим. Теорема Вільсона. Китайська теорема про лишки. Поняття про показники та первісні корені.</i>	12	2	2			8
Тема 21. <i>Конгруенції 2-го степеня. Квадратичні лишки. Критерій Ейлера. Символ Лежандра. Закон взаємності квадратичних лишків.</i>	13	2	3			8
Всього за модуль:	72	12	12			48
Змістовий модуль 4. Кільце поліномів.						
Тема 22. <i>Побудова кільця поліномів. Алгебраїчні та трансцендентні елементи над полем. Розширення полів.</i>	11	2	1			8
Тема 23. <i>Подільність в кільці поліномів від однієї змінної. Евклідовість кільця поліномів. НСД і НСК. Незвідні поліноми. Факторкільця за головними ідеалами, породженими незвідними поліномами.</i>	12	2	2			8
Тема 24. <i>Корені поліномів. Теорема Безу. Схема Горнера. Кількість коренів полінома. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона. Існування коренів. Теорема Кронекера.</i>	12	2	2			8
Тема 25. <i>Похідна полінома. Встановлення кратності кореня полінома. Відокремлення кратних множників.</i>	12	2	2			8
Тема 26. <i>Кільце поліномів від багатьох змінних. Лексикографічне розміщення членів полінома.</i>	11	2	1			8

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 27. <i>Симетричні поліноми. Основна теорема про симетричні поліноми.</i>	12	2	2			8
Тема 28. <i>Результант поліномів. Дискримінант полінома.</i>	12	2	2			8
Тема 29. <i>Поліноми над числовими полями. Основна теорема алгебри. Розклад полінома у добуток незвідних множників над числовими полями. Критерій Ейзенштейна.</i>	12	2	2			8
Тема 30. <i>Межі дійсних коренів полінома. Спосіб Ньютона. Відокремлення коренів полінома методом Штурма.</i>	14	2	4			8
Всього за модуль:	108	18	18			72
Всього за семестр:	180	30	30			120
Усього годин:	360	60	60			240

6. ТЕМИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ п/п	Назви тем	К-сть годин
Змістовий модуль 1. Елементи теорії чисел.		
1	Множини. Відношення. Властивості відношень. Розбиття множин та відношення еквівалентності. Функції.	1
2	Множина натуральних чисел. Метод математичної індукції. Прості числа. Теорема Евкліда. Мультиплікативні функції натурального аргументу. Кількість та сума натуральних дільників натурального числа.	2
3	Цілі числа. Подільність. Алгоритм Евкліда. НСД і НСК. Функція Ейлера. Ціла і дробова частина дійсного числа.	2

№ п/п	Назви тем	К-сть годин
4	Неперервні (ланцюгові) дроби. Підхідні дроби та їх властивості. Застосування неперервних дробів до розв'язування рівнянь першого степеня з двома невідомими. Наближення дійсних чисел підхідними дробами.	2
5	Комплексні числа. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису. Формула Муавра. Добування коренів з комплексних чисел.	2
6	Контрольна робота.	1
Змістовий модуль 2. Елементи теорії груп.		
7	Означення напівгрупи, моноїда, квазігрупи та групи. Різні підходи до визначення поняття групи. Підгрупи. Множини твірних і визначальних співвідношень групи. Приклади груп.	2
8	Симетрична і знаковмінна групи. Групи симетрій і дієдральні групи. Група Клейна.	2
9	Циклічна група. Будова циклічної групи. Порядок елемента. Поняття періодичної групи та групи без кручень.	2
10	Розбиття групи за підгрупою. Індекс підгрупи в групі. Теорема Лагранжа та наслідки з неї.	1
11	Нормальні підгрупи в групі. Різні підходи до визначення поняття нормальної підгрупи. Прості групи. Факторгрупи за нормальними підгрупами.	2
12	Морфізми груп. Ядро і образ гомоморфізму. Поняття про лінійні зображення груп. Основна теорема про гомоморфізми. Теорема Келі.	2

№ п/п	Назви тем	К-сть годин
13	Дія групи на множині. Стабілізатори і орбіти. Дія спряження. Нормалізатор. Централізатор. Центр групи. Нетривіальність центру p -групи.	2
14	Комутант групи та його властивості. Ряди груп. Розв'язні групи. Критерій розв'язності. Розв'язність p -групи.	2
15	Зовнішній та внутрішній прямі добутки груп. Пряма сума груп. Напівпрямий добуток.	1
16	Теорема Силова та їх застосування. Групи порядків p, p^2, pq . Групи 8-го порядку.	2
17	Контрольна робота.	2
Змістовий модуль 3. Елементи теорії кілець.		
18	Кільце, тіло, поле. Цілісне кільце. Підкільце. Характеристика кільця.	2
19	Гомоморфізми та ідеали кілець. Факторкільце. Основна теорема про гомоморфізми. Порядок скінченного поля. Максимальні та прості ідеали кілець.	2
20	Евклідове кільце. Евклідовість кільця цілих гаусових чисел. Подільність і алгоритм Евкліда. Характеризація простих елементів кільця.	2
21	Конгруенції в кільці цілих чисел. Властивості і застосування конгруенцій. Теорема Ейлера. Мала теорема Ферма.	1
22	Конгруенції і системи конгруенцій з одним невідомим. Теорема Вільсона. Китайська теорема про лишки. Поняття про показники та первісні корені.	2

№ п/п	Назви тем	К-сть годин
23	Конгруенції 2-го степеня. Квадратичні лишки. Критерій Ейлера. Символ Лежандра. Закон взаємності квадратичних лишків.	2
24	Контрольна робота.	1
Змістовий модуль 4. Кільце поліномів.		
25	Побудова кільця поліномів. Алгебраїчні та трансцендентні елементи над полем. Розширення полів.	1
26	Подільність в кільці поліномів від однієї змінної. Евклідовість кільця поліномів. НСД і НСК. Незвідні поліноми. Факторкільця за головними ідеалами, породженими незвідними поліномами.	2
27	Корені поліномів. Теорема Безу. Схема Горнера. Кількість коренів полінома. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона. Існування коренів. Теорема Кронекера.	2
28	Похідна полінома. Встановлення кратності кореня полінома. Відокремлення кратних множників.	2
29	Кільце поліномів від багатьох змінних. Лексикографічне розміщення членів полінома.	1
30	Симетричні поліноми. Основна теорема про симетричні поліноми.	2
31	Результант поліномів. Дискримінант полінома.	2
32	Поліноми над числовими полями. Основна теорема алгебри. Розклад полінома у добуток незвідних множників над числовими полями. Критерій Ейзенштейна.	2
33	Межі дійсних коренів полінома. Спосіб Ньютона. Відокремлення коренів полінома методом Штурма.	2

№ п/п	Назви тем	К-сть годин
34	Контрольна робота.	2

7. САМОСТІЙНА РОБОТА

№ п/п	Назви тем і види діяльності	К-сть годин
Змістовий модуль 1. Елементи теорії чисел.		
1	Множини. Відношення. Властивості відношень. Розбиття множин та відношення еквівалентності. Функції.	8
2	Множина натуральних чисел. Метод математичної індукції. Прості числа. Теорема Евкліда. Мультиплікативні функції натурального аргументу. Кількість та сума натуральних дільників натурального числа.	8
3	Цілі числа. Подільність. Алгоритм Евкліда. НСД і НСК. Функція Ейлера. Ціла і дробова частина дійсного числа.	8
4	Неперервні (ланцюгові) дроби. Підхідні дроби та їх властивості. Застосування неперервних дробів до розв'язування рівнянь першого степеня з двома невідомими. Наближення дійсних чисел підхідними дробами.	8
5	Комплексні числа. Алгебраїчна та тригонометрична форми запису. Формула Муавра. Добування коренів з комплексних чисел.	8
Змістовий модуль 2. Елементи теорії груп.		
6	Означення напівгрупи, моноїда, квазігрупи та групи. Різні підходи до визначення поняття групи. Підгрупи. Множини твірних і визначальних співвідношень групи. Приклади груп.	8

№ п/п	Назви тем і види діяльності	К-сть годин
7	Симетрична і знаковмінна групи. Групи симетрій і дієдральні групи. Група Клейна.	8
8	Циклічна група. Будова циклічної групи. Порядок елемента. Поняття періодичної групи та групи без кручень.	8
9	Розбиття групи за підгрупою. Індекс підгрупи в групі. Теорема Лагранжа та наслідки з неї.	8
10	Нормальні підгрупи в групі. Різні підходи до визначення поняття нормальної підгрупи. Прості групи. Факторгрупи за нормальними підгрупами.	8
11	Морфізми груп. Ядро і образ гомоморфізму. Поняття про лінійні зображення груп. Основна теорема про гомоморфізми. Теорема Келі.	8
12	Дія групи на множині. Стабілізатори і орбіти. Дія спряження. Нормалізатор. Централізатор. Центр групи. Нетривіальність центру p -групи.	8
13	Комутант групи та його властивості. Ряди груп. Розв'язні групи. Критерій розв'язності. Розв'язність p -групи.	8
14	Зовнішній та внутрішній прямі добутки груп. Пряма сума груп. Напівпрямий добуток.	8
15	Теорема Силова та їх застосування. Групи порядків p , p^2 , pq . Групи 8-го порядку.	8
Змістовий модуль 3. Елементи теорії кілець.		
16	Кільце, тіло, поле. Цілісне кільце. Підкільце. Характеристика кільця.	8

№ п/п	Назви тем і види діяльності	К-сть годин
17	Гомоморфізми та ідеали кілець. Факторкільце. Основна теорема про гомоморфізми. Порядок скінченного поля. Максимальні та прості ідеали кілець.	8
18	Евклідове кільце. Евклідовість кільця цілих гаусових чисел. Подільність і алгоритм Евкліда. Характеризація простих елементів кільця.	8
19	Конгруенції в кільці цілих чисел. Властивості і застосування конгруенцій. Теорема Ейлера. Мала теорема Ферма.	8
20	Конгруенції і системи конгруенцій з одним невідомим. Теорема Вільсона. Китайська теорема про лишки. Поняття про показники та первісні корені.	8
21	Конгруенції 2-го степеня. Квадратичні лишки. Критерій Ейлера. Символ Лежандра. Закон взаємності квадратичних лишків.	8
Змістовий модуль 4. <i>Кільце поліномів.</i>		
22	Побудова кільця поліномів. Алгебраїчні та трансцендентні елементи над полем. Розширення полів.	8
23	Подільність в кільці поліномів від однієї змінної. Евклідовість кільця поліномів. НСД і НСК. Незвідні поліноми. Факторкільця за головними ідеалами, породженими незвідними поліномами.	8
24	Корені поліномів. Теорема Безу. Схема Горнера. Кількість коренів полінома. Інтерполяційні поліноми Лагранжа і Ньютона. Існування коренів. Теорема Кронекера.	8
25	Похідна полінома. Встановлення кратності кореня полінома. Відокремлення кратних множників.	8

№ п/п	Назви тем і види діяльності	К-сть годин
26	Кільце поліномів від багатьох змінних. Лексикографічне розміщення членів полінома.	8
27	Симетричні поліноми. Основна теорема про симетричні поліноми.	8
28	Результант поліномів. Дискримінант полінома.	8
29	Поліноми над числовими полями. Основна теорема алгебри. Розклад полінома у добуток незвідних множників над числовими полями. Критерій Ейзенштейна.	8
30	Межі дійсних коренів полінома. Спосіб Ньютона. Відокремлення коренів полінома методом Штурма.	8

8. МЕТОДИ НАВЧАННЯ

- лекції;
- практичні заняття;
- контрольні (модульні) роботи;
- індивідуальні завдання;
- консультації, індивідуальні заняття.

9. МЕТОДИ КОНТРОЛЮ

- перевірка домашніх завдань;
- перевірка контрольних робіт, колоквіумів та індивідуальних завдань;
- опитування під час практичних занять;
- іспит.

10. РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЯКІ ОТРИМУЮТЬ СТУДЕНТИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні чотирьох контрольних робіт та чотирьох колоквіумів. Бали між колоквіумами та контрольними роботами розподіляються рівномірно.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

11. ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	задовільно
1 – 49	FX	незадовільно

12. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

- навчальні посібники;
- тексти лекцій в електронному вигляді;
- індивідуальні завдання для самопідготовки;
- індивідуальні завдання для контролю знань.

13. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Богопольский О.В. *Введение в теорию групп* / О.В. Богопольский. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 148 с.
2. Белоногов В.А. *Задачник по теории групп* / В.А. Белоногов. – Москва: Наука, 2000. – 239 с.
3. Ван дер Варден Б.Л. *Алгебра* / Б.Л. ван дер Варден. – Москва: Наука, 1976. – 648 с.
4. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.

5. Ганюшкін О.Г. *Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп)* / О.Г. Ганюшкін, О.О. Безущак. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007. – 103 с.
6. Завало С.Т. *Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 2* / С.Т. Завало, С.С. Левищенко та ін. – Київ: Вища школа, 1986. – 264 с.
7. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры: Учебник для вузов* / А.И. Кострикин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
8. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть III. Основные структуры: Учебник для вузов* / А.И. Кострикин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
9. Монахов В.С. *Введение в теорию конечных групп и их классов: Учебное пособие* / В.С. Монахов. – Гомель: УО «ГГУ им. Ф.Скорины», 2003. – 322 с.
10. Никифорчин О.Р. *Элементы общей топологии* / О.Р. Никифорчин. – Івано-Франківськ: Голіней, 2015. – 240 с.
11. Пилипів В.М. *Класичні основи теорії чисел: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 68 с.
12. Пилипів В.М. *Кільце поліномів: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 100 с.
13. Скорняков Л.А. *Элементы алгебры: Учебное пособие* / Л.А. Скорняков. – Москва: Наука, 1980. – 240 с.
14. Dummit D.S. *Abstract Algebra* / David S. Dummit, Richard M. Foote. – Wiley Intern. Ed., Chichester: Wiley, 2004. – 932 p.
15. Judson T.W. *Abstract Algebra: Theory and Applications* / Thomas W. Judson. – An open-source textbook available at <http://abstract.ups.edu>, 2012. – 428 p.